

# 第二十三届“希望杯”全国数学邀请赛

## 初一 第2试试题

一、选择题(每小题4分,共40分.)

1. 下面四个命题:

- (1) 若两个角是同旁内角,则这两个角互补.
- (2) 若两个角互补,则这两个角是同旁内角.
- (3) 若两个角不是同旁内角,则这两个角不互补.
- (4) 若两个角不互补,则这两个角不是同旁内角.

其中错误的命题的个数是( )

- (A) 1.                      (B) 2.                      (C) 3.                      (D) 4.

2. 若两位自然数  $ab$  是质数,且交换数字后的两位数  $ba$  也是质数,则称  $ab$  为绝对质数.于是两位数中的所有绝对质数的乘积的个位数字是( ).

- (A) 1.                      (B) 3.                      (C) 7.                      (D) 9.

3. 如图1,将边长为4cm的等边  $\triangle ABC$  沿边  $BC$  向右平移2cm得  $\triangle DEF$ ,  $DE$  与  $AC$  交于点  $G$ ,则  $S_{\text{四边形}ABFD} : S_{\triangle ABC} = ( )$

- (A) 3 : 2.                      (B) 2 : 1.                      (C) 5 : 2.                      (D) 3 : 1.

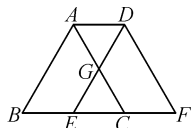


图1

4. 有理数  $a, b, c$  在数轴上的位置如图2所示,  $O$  为原点,则代数式

$$|a + b| - |b - a| + |a - c| + c = ( )$$

- (A)  $-3a + 2c$ .                      (B)  $-a - ab - 2c$ .  
(C)  $a - 2b$ .                      (D)  $3a$ .

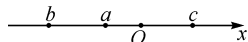


图2

5. The perimeter of a triangle is 18, while each side is an integer. If the longest side is not a prime number, then the number of such triangle is ( )

- (A) 4.                      (B) 5.                      (C) 6.                      (D) 7.

(英汉小词典: perimeter of a triangle 三角形的周长; prime number 质数)

6. 77 可以表示成  $n(n \geq 2)$  个连续自然数的和,则  $n$  的值的个数是( )

- (A) 1.                      (B) 2.                      (C) 3.                      (D) 4.

7. 如图3,  $\triangle ABC$  中,  $\angle BCA = 90^\circ$ , 点  $E$  在边  $CA$  上, 点  $D$  和  $F$  在边  $BA$  上, 若  $BC = CD = DE = EF = FA$ , 则  $\angle A = ( )$

- (A)  $20^\circ$ .                      (B)  $18^\circ$ .  
(C)  $15^\circ$ .                      (D)  $12^\circ$ .

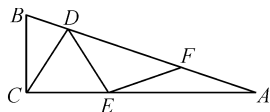


图3

8. 已知  $x, y$  是非负整数, 且使  $\frac{x-1}{2} = \frac{4-y}{3}$  是整数, 那么这样的数对

$(x, y)$  有( )个.

- (A) 1.                      (B) 2.                      (C) 3.                      (D) 2012.

9. 身高两两不同的30个学生面向老师站成一排. 其中恰有11个学生高于自己左侧相邻的同学, 那么高于自己右侧相邻同学的学生有( )人.

- (A) 11.                      (B) 12.                      (C) 18.                      (D) 19.

10. 若  $x + y = 3, xy = 1$ , 则  $x^5 + y^5 = ( )$

- (A) 33.                      (B) 231.                      (C) 123.                      (D) 312.

二、填空题(每小题4分,共40分.)

11. 计算:  $2012^3 + 2011^2 - 2013 \times 2012 \times 2011 - 2013 \times 2011 = \underline{\hspace{2cm}}$ .

12. 已知  $\triangle ABC$  中,  $AB = 2, BC = 9$ , 若  $AC$  的长是奇数, 则  $AC = \underline{\hspace{2cm}}$ .

13. 若自然数  $x$  除以3余2, 除以4余3, 除以5余4, 则  $x$  除以15所得余数是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

14. If  $4x^{2n+3}y^{2m}$  and  $-7x^{m+2}y^{6n}$  are similar terms, then  $(m+n) \times m^n =$  \_\_\_\_\_.

15. 如图 4, 在四边形  $ABCD$  中,  $AD \parallel BC$ , 点  $E$  在  $AD$  上, 点  $F, G$  在  $BC$  上, 并且  $AE = ED = BF = FG = GC$ . 以  $A, B, C, D, E, F, G$  这 7 个点中的三个为顶点的三角形中, 面积最小的三角形有 \_\_\_\_\_ 个; 面积最大的三角形有 \_\_\_\_\_ 个.

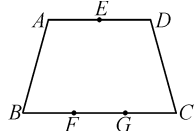


图 4

16. 用黑、白两种颜色的  $1 \times 1$  正方形瓷砖, 按图 5 所示的方式铺地板: (图(1)中有  $3 \times 5$  块瓷砖, 以后各图都比前一个加铺  $2 \times 5$  块瓷砖), 则有 2014 块黑色瓷砖的是图 5 中的第 \_\_\_\_\_ 个图.

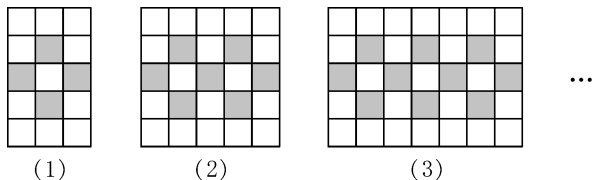


图 5

17. 图 6 是用若干个同样的小正方体拼成的立体的俯视图, 若此立体最高有三层, 则此立体最少有 \_\_\_\_\_ 个小正方体, 最多有 \_\_\_\_\_ 个小正方体.

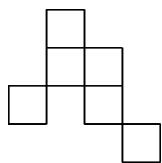


图 6

18. 1900 年以后出生的人, 他出生年份的最后两个数字组成的两位数 (如果末两位数字为 00 或 01, 则看成两位数 00 或 01, 其余类推), 加上这个人今年的年龄数, 所得的结果是 \_\_\_\_\_ 或 \_\_\_\_\_. (注: 今年的年龄数 =  $2012 -$  出生年份)

19. 已知正  $n$  边形  $A_1A_2A_3 \cdots A_{n-1}A_n$  的面积是 60, 若四边形  $A_1A_2A_kA_{k+1}$  是一个面积为 20 的矩形, 则这个正  $n$  边形的一个内角是 \_\_\_\_\_ 度.

20. 设  $P(x) = \frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{2}x^4 + \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{30}x$ , 则  $\frac{1}{3}[P(2) - P(-2)] =$  \_\_\_\_\_.

### 三、解答题

每题都要写出推算过程.

21. (本题满分 10 分)

已知  $a, b, c$  都是整数, 如果对任意整数  $x$ , 代数式  $ax^2 + bx + c$  的值都能被 3 整除.

证明:  $abc$  可被 27 整除.

22. (本题满分 15 分)

某公司以每吨 500 元的价格收购了 100 吨某种药材. 若直接在市场上销售, 每吨的售价是 1000 元. 该公司决定加工后再出售, 相关信息如下表所示:

工 艺	每天可加工药材的吨数	出品率	售价(元/吨)
粗加工	14	80%	5000
精加工	6	60%	11000

注: ① 出品率指加工后所得产品的质量与原料的质量的比值.

② 加工后的废品不产生效益.

受市场影响, 该公司必须在 10 天内将这批药材加工完毕, 现有 3 种方案:

- (A) 全部粗加工;
- (B) 尽可能多地精加工, 剩余的直接在市场上销售;
- (C) 部分粗加工, 部分精加工, 恰好 10 天完成.

问: 哪个方案获得的利润最大? 是多少?

23. (本题满分 15 分)

有一系列数, 前两个数是 1, 2, 从第三个数起, 每个数都等于它前面相邻的两个数的和的个位数字. 请回答以下问题:

- (1) 在这列数中能否依次出现相邻的 2, 0, 1, 2 这四个数? 说明理由.
- (2) 这列数中的第 2012 个数字是什么? 说明理由.

