

# 第二十四届“希望杯”全国数学邀请赛

## 初三 第2试试题

一、选择题(每小题4分,共40分.)

1. 如图1, 矩形  $ABCD$  中,  $AB=2, AD=1$ , 点  $M$  在边  $DC$  上, 若  $AM$  平分  $\angle DMB$ , 则  $\angle AMD$  的大小是( )

- (A)  $75^\circ$ . (B)  $60^\circ$ . (C)  $45^\circ$ . (D)  $30^\circ$ .

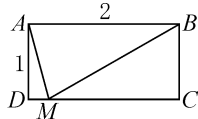
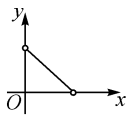


图1

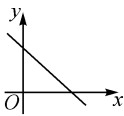
2. 化简  $\sqrt{7+2\sqrt{10}} - \sqrt{7-2\sqrt{10}}$ , 得到的结果是( )

- (A)  $2\sqrt{2}$ . (B)  $-2\sqrt{2}$ . (C)  $2\sqrt{3}$ . (D)  $-2\sqrt{3}$ .

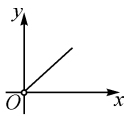
3. 一个矩形被直线分成面积为  $x, y$  的两部分, 则  $y$  与  $x$  之间的函数关系只可能是( )



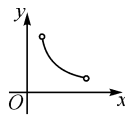
(A)



(B)



(C)



(D)

4. 函数  $y = \frac{x-1}{x^3-x}$  中,  $x$  的取值范围是( )

- (A) 0 以外的一切实数. (B) 0, -1 以外的一切实数.  
(C)  $\pm 1$  以外的一切实数. (D) 0,  $\pm 1$  以外的一切实数.

5. 若将  $\sqrt{127}$  写成小数, 则十分位上的数字是( )

- (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

6. 代数式  $|x-2| + |x+5|$  ( )

- (A) 有最小值, 没有最大值. (B) 有最大值, 没有最小值.  
(C) 既有最小值, 也有最大值. (D) 既没有最小值, 也没有最大值.

7. 如图2,  $\triangle ABC$  中,  $AB=2, BC=4, CA=3$ , 平行于  $BC$  的直线  $l$  过  $\triangle ABC$  的内心  $I$ , 分别交边  $AB, AC$  于点  $D, E$ , 则  $\triangle ADE$  的周长是( )

- (A) 5. (B) 6. (C) 7. (D) 8.

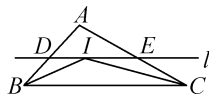


图2

8. 若动点  $M(x, y)$  与点  $A(2, \frac{3}{4})$  的距离等于  $M$  到直线  $y = \frac{5}{4}$  的距离, 则动点  $M$  的轨迹是( )

- (A) 双曲线. (B) 抛物线. (C) 双曲线的一支. (D) 一条直线.

9. 不等式  $|a| - \sqrt{\frac{1}{a^2}} > 0$  的解是( )

- (A)  $a \neq 0$ . (B)  $a > 1$  或  $a < -1$ .  
(C)  $a > 1$  或  $-1 < a < 0$ . (D)  $a > 0$  或  $a < -1$ .

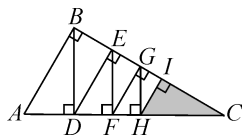


图3

10. 如图3,  $\triangle ABC$  中,  $AB=1, AC=2, \angle ABC=90^\circ$ , 若  $BD, EF, GH$  都垂直于  $AC, DE, FG, HI$  都垂直于  $BC$ , 则阴影  $\triangle HIC$  的面积与  $\triangle ABC$  面积的比是( )

- (A)  $(\frac{3}{4})^6$ . (B)  $2 \times (\frac{3}{4})^6$ . (C)  $\sqrt{3} \times (\frac{3}{4})^6$ . (D)  $\frac{2}{3} \times (\frac{3}{4})^6$ .

## 二、填空题(每小题4分,共40分.)

11. 方程  $\sqrt{3-2x} + \sqrt{x} = 2$  的根是\_\_\_\_\_.

12. 如果正  $n$  边形的一个外角是  $5^\circ$ , 那么  $n =$ \_\_\_\_\_.

13. 已知关于  $x$  的方程  $x^2 - 4x - p^2 + 2p + 2 = 0$  的一个根为  $p$ , 则  $p =$ \_\_\_\_\_.

14. 平面直角坐标系内, 一只跳蚤停在点  $(5, 0)$  处, 它要跳到点  $(6, 0)$  处, 它每一跳都是飞越 5 个长度单位, 并且总是跳到整点(坐标都是整数的点), 也不从原路返回, 那么, 当它跳到点  $(6, 0)$  时, 至少跳了\_\_\_\_\_次.

15. 将一个圆分成三个相同的扇形, 将其中一个卷成圆锥, 锥顶对锥底圆周上任意两点的最大张角的余弦值是\_\_\_\_\_.

16. 将相同的平行四边形和相同的菱形镶嵌成如图 4 所示的图案. 设菱形中较小的内角为  $x$  度, 平行四边形中较大的内角为  $y$  度, 则  $y$  与  $x$  的关系式是\_\_\_\_\_.

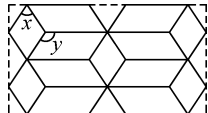


图 4

17.  $\triangle ABC$  中,  $AC = 3, BC = 5, \angle ACB = 120^\circ$ , 点  $M$  平分  $AB$ , 则  $\tan \angle MCA =$ \_\_\_\_\_,  $|MC| =$ \_\_\_\_\_.

18. 方程组  $\begin{cases} 2x + y = z - 1, \\ 8x^3 + y^3 = z^2 - 1 \end{cases}$  的正整数解  $(x, y, z)$  是\_\_\_\_\_.

19.  $\triangle ABC$  的三条高依次是  $AD = 6, BE = 4, CF = 3$ , 则  $\cos C =$ \_\_\_\_\_,  $\triangle ABC$  的面积是\_\_\_\_\_.

20. 已知  $f(x)$  是一个多项式, 若  $f(x)$  除以  $(x-1)$ , 余 5; 若  $f(x)$  除以  $(x+2)$ , 余 2, 则  $f(x)$  除以  $(x-1)(x+2)$ , 得到的余式是\_\_\_\_\_.

## 三、解答题

每题都要写出推算过程.

21. (本题满分 10 分)

已知二次函数  $y = mx^2 + 6\sqrt{3}x + m + 4$  的图象在直线  $y = -2$  的上方.

(1) 求  $m$  的取值范围;

(2) 当  $m = 2$  时, 求此二次函数的图象在  $x$  轴上截得的线段的长.

22. (本题满分 15 分)

一家商店销售某种计算器, 开始按定价(小于 200 元的整数元)售出, 后来按定价的六折售出, 当售出 200 台时, 共得款 30498 元. 问: 打折前, 按定价售出了多少台?

23. (本题满分 15 分)

设  $f(x) = \frac{\sqrt{x^4 - 3x^2 + 9} - \sqrt{x^4 - 4x^2 + 9}}{x}$ .

(1) 将  $f(x)$  化成  $\frac{1}{\sqrt{g^2(x) + a} + \sqrt{g^2(x) + b}}$  ( $a, b$  是不同的整数) 的形式;

(2) 求  $f(x)$  的最大值及相应的  $x$  值.

## 初三 第 2 试答案

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	A	A	A	D	B	A	A	B	B	A
题号	11		12		13		14		15	
答案	$x_1 = \frac{1}{9}, x_2 = 1$		72		1		3		$\frac{7}{9}$	
题号	16		17		18		19		20	
答案	$y = \frac{1}{2}x + 90$		$5\sqrt{3}; \frac{\sqrt{19}}{2}$		(1,3,6)		$-\frac{1}{4}; \frac{16}{5}\sqrt{15}$		$x+4$	

21.  $m > 3$ .

22. 打折前，按定价售出了 91 台.

23. (1) 
$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{\left(x - \frac{3}{x}\right)^2 + 3} + \sqrt{\left(x - \frac{3}{x}\right)^2 + 2}}$$

(2)  $x = \sqrt{3}$ .